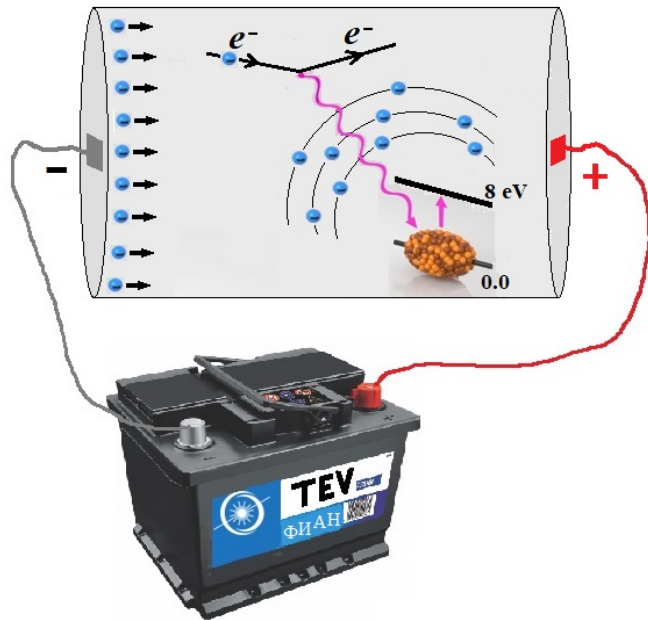


International Online School  
"Advanced Time and Frequency Standards  
with Atomic and Nuclear Transitions - 2020"

Excitation of the  $^{229\text{m}}\text{Th}(3/2^+, 8.1\text{eV})$   
Isomer at Inelastic Scattering of Low Energy  
Electrons and Muons.



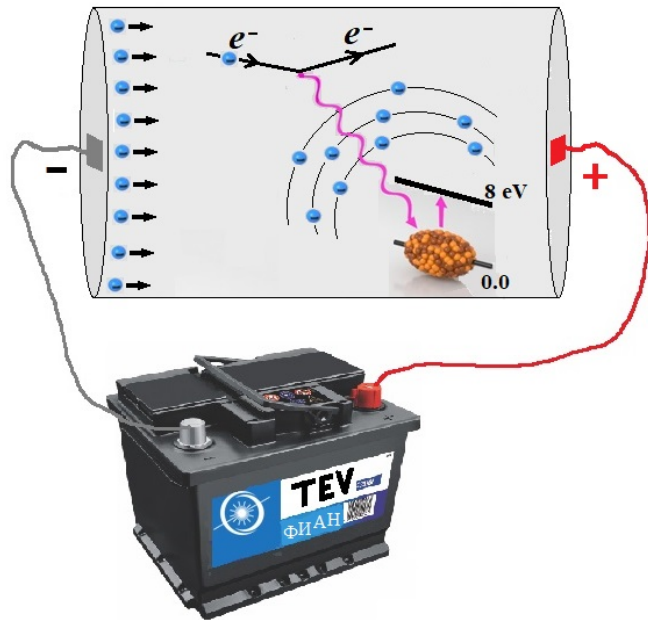
Eugene Tkalya

*P.N. Lebedev Physical Institute of the  
Russian Academy of Sciences*

October 26, 2020

Международная онлайн-школа  
«Перспективные стандарты времени и частоты  
на атомных и ядерных переходах - 2020»

Возбуждение изомера  $^{229\text{m}}\text{Th}(3/2^+, 8.1\text{эВ})$   
при неупругом рассеянии электронов  
и мюонов низких энергий.



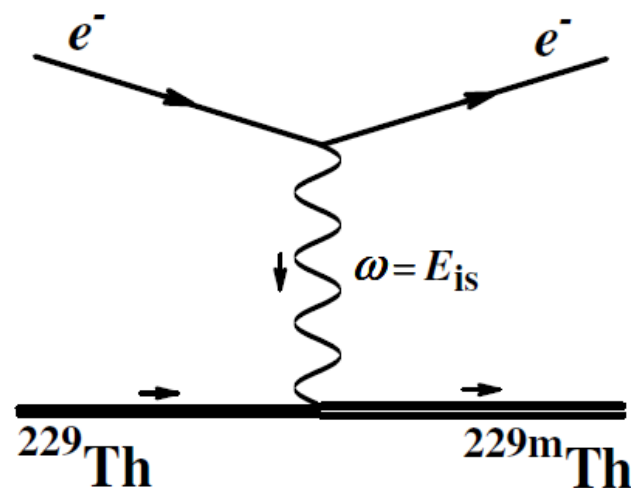
Евгений Ткаля  
*Физический институт  
им. П.Н. Лебедева РАН*

26 октября 2020 г.

## ПРОБЛЕМА:

Возбуждение низколежащего изомерного состояния в ядре  $^{229}\text{Th}$  фотонами – процесс резонансный. Чтобы получить нужный эффект необходимо знать энергию ядерного перехода с высокой точностью, которая до настоящего времени в эксперименте не достигнута.

Возбуждение ядра при неупругом рассеянии электронов (мюонов) – процесс нерезонансный. Для него достаточно, чтобы энергия рассеиваемых частиц лишь превышала энергию изомерного уровня.



Часто задаваемый вопрос: «Ядро  $^{229}\text{Th}$  экранировано атомной оболочкой, содержащей 90 электронов. Возможно ли вообще возбуждение ядра медленными электронами?»

Несмотря на экранировку рассеивающийся электрон взаимодействует с ядром, так как волновая электрона имеет ненулевую амплитуду вблизи ядра, где происходит обмен энергией между электроном и атомным ядром. То же самое имеет место при внутренней электронной конверсии (IC). ВФ электрона в конечном состоянии при IC и в процессе неупругого рассеяния одинаковы – это ВФ непрерывного спектра. Процесс внутренней конверсии (а это, заметим, основной канал распада изомера  $^{229\text{m}}\text{Th}$  в нейтральном атоме тория) идет только потому, что амплитуда такой ВФ вблизи ядра отлична от нуля. Это же справедливо и для ВФ непрерывного спектра начального состояния при рассеянии. Между ВФ начального и конечного состояния никакой принципиальной разницы нет.

## Теория

Задача решена в рамках теории возмущений для КЭД.  
Золотое правило Ферми

$$\sigma = 2\pi \int d\Omega_{\mathbf{p}_f} \frac{|\langle f | H_{\text{int}} | i \rangle|^2}{v_i} \rho_f$$

Гамильтониан взаимодействия токов

$$\langle f | H_{\text{int}} | i \rangle = \int d^3r d^3R j_{fi}^{\rho}(\mathbf{r}) D_{\rho\sigma}(\omega, \mathbf{r} - \mathbf{R}) J_{fi}^{\sigma}(\mathbf{R})$$

Электронный ток

$$\mathbf{j}_{fi}(\mathbf{r}) = e \psi_{\mathbf{p}_f \mu_f}^{(-)} \boldsymbol{\alpha} \psi_{\mathbf{p}_i \mu_i}^{(+)}$$

ВФ электрона в непрерывном спектре

(А.И. Ахиезер, В.Б. Берестецкий. Квантовая электродинамика)

$$\psi_{\mathbf{p}\mu}^{(\pm)} = 4\pi \sum_{j,l,m} \psi_{E,j,l,m}(x) \left( \Omega_{jlm}^*(\boldsymbol{\nu}) v^{\mu}(\boldsymbol{\nu}) \right) e^{(\pm)i\delta_{lj}}$$

## Состояния с определенным моментом

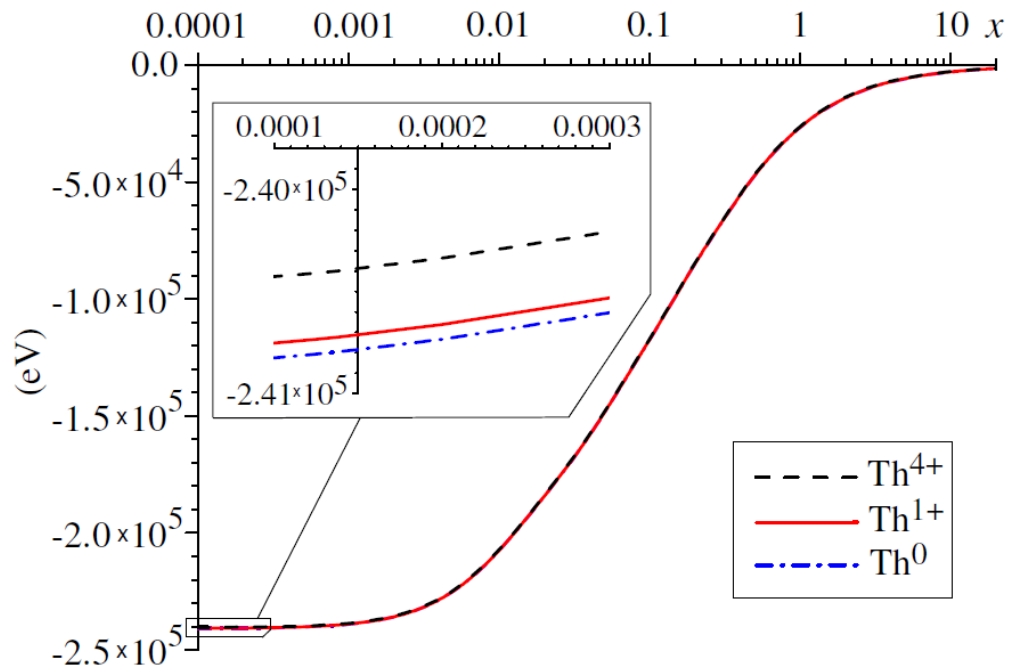
$$\psi_{E,j,l,m}(x) = \frac{1}{\rho a_B} \sqrt{\frac{E + m_e}{2E}} \begin{pmatrix} g_{lj}(x) \Omega_{jlm}(\mathbf{r}) \\ -i f_{l'j}(x) \Omega_{jl'm}(\mathbf{r}) \end{pmatrix}$$

Уравнения Дирака для большой и малой компонент дираковского биспинора

$$g'(x) + \frac{1 + \kappa}{x} g(x) - \frac{1}{e^2} \left( \frac{E}{m_e} + 1 - \frac{V(x)}{m_e} \right) f(x) = 0,$$
$$f'(x) + \frac{1 - \kappa}{x} f(x) + \frac{1}{e^2} \left( \frac{E}{m_e} - 1 - \frac{V(x)}{m_e} \right) g(x) = 0$$

Основная задача – корректное решение этой системы уравнений для очень малых значений  $E$

# Потенциал



Ядро – шар с равномерным распределением заряда по объему:

$$V_{\text{nuc1}}(x) = -\mathcal{E}_0(Z/2x_{R_0})[3 - (x/x_{R_0})^2] \quad 0 \leq x \leq x_{R_0}$$

$$V_{\text{nuc1}}(x) = -\mathcal{E}_0 Z/x \quad x \geq x_{R_0}$$

$\mathcal{E}_0 = m_e e^4$  - атомная единица энергии

Потенциал электронной оболочки – DFT расчет.

Сечение

$$\sigma_{E(M)L} = 4e^2 \lambda_{\gamma_{\text{is}}}^2 \left( \frac{E_e}{E_{\text{is}}} \right)^{-3/2} \left( \frac{E_e}{E_{\text{is}}} - 1 \right)^{-1/2} \times$$

$$\frac{B(E(M)L; J_i \rightarrow J_f)}{a_B^{2L}} \times$$

$$\sum_{\substack{l_i, j_i \\ l_f, j_f}} \frac{(2l_i + 1)(2j_i + 1)(2j_f + 1)}{(2L + 1)^2} \times$$

$$\left( C_{l_i 0 L 0}^{l_f 0} \right)^2 \left\{ \begin{matrix} l_i & L & l_f \\ j_f & 1/2 & j_i \end{matrix} \right\}^2 \left| \tilde{m}_{fi}^{E(M)L} \right|^2$$

Электронные матричные элементы

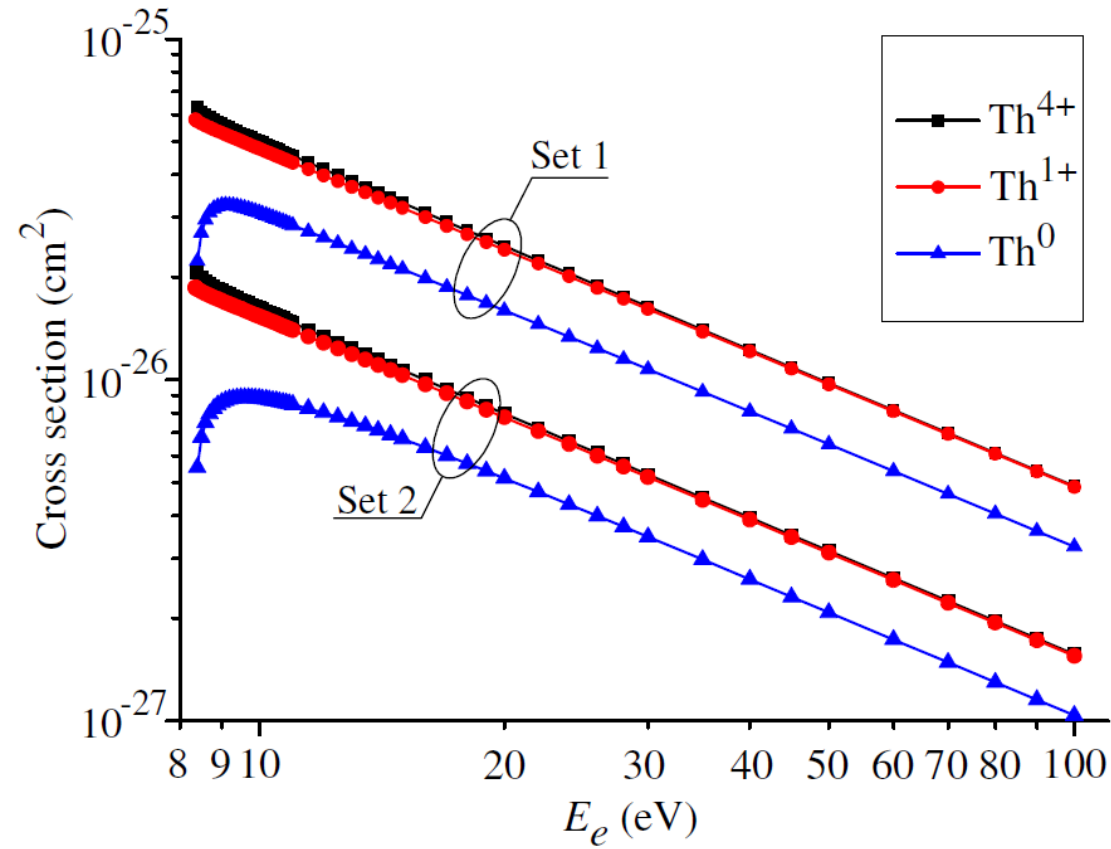
$$\tilde{m}_{fi}^{EL} = \int_0^\infty [g_i(x)g_f(x) + f_i(x)f_f(x)] \frac{dx}{x^{L-1}},$$

$$\tilde{m}_{fi}^{ML} = \frac{\kappa_i + \kappa_f}{L} \int_0^\infty [g_i(x)f_f(x) + f_i(x)g_f(x)] \frac{dx}{x^{L-1}}$$



# Сечения возбуждения

E.V. Tkalya, Phys. Rev. Lett. **124**, 242501 (2020)



$$\text{Set 1} \quad \begin{aligned} B_{W.u.}(M1, 5/2^+ \rightarrow 3/2^+) &= 0.031 \\ B_{W.u.}(E2, 5/2^+ \rightarrow 3/2^+) &= 11.7 \end{aligned}$$

$$\text{Set 2} \quad \begin{aligned} B_{W.u.}(M1, 5/2^+ \rightarrow 3/2^+) &= 0.0076 \\ B_{W.u.}(E2, 5/2^+ \rightarrow 3/2^+) &= 27. \end{aligned}$$

## Эксперимент:

Возбуждение ядер электрическим током ( $j_e = 1 \text{ A}$ )

$$dN_{\text{is}}/dt \approx \rho_{\text{Th}} h j_e \sigma \approx 10^5 - 10^6 \text{ s}^{-1}$$

В МИШЕНИ

$$\rho_{\text{Th}} = 10^{18} - 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

$$h = 10 \text{ nm}$$

Распад в металле: «конверсия» на электронах проводимости

$$W_{(e,e')} \approx \rho_e v_F \sigma_{fi}$$

$$(2J_{\text{gr}} + 1) p_i^2 \sigma_{\text{gr} \rightarrow \text{is}} = (2J_{\text{is}} + 1) p_f^2 \sigma_{\text{is} \rightarrow \text{gr}}$$

Для стандартного металла

$$\rho_e = 6 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

$$E_F = 5.5 \text{ eV}$$

$$W_{(e,e')} \approx 10^6 \text{ s}^{-1}$$

## Coulomb excitation of $^{229\text{m}}\text{Th}$ by low energy muons\*

Сечения в борновском приближении

$$\sigma_{M1}^{\text{Born}} = \frac{16\pi^2}{9} e^2 \frac{2E - E_{\text{is}}}{E} \ln \frac{\sqrt{E} + \sqrt{E - E_{\text{is}}}}{\sqrt{E} - \sqrt{E - E_{\text{is}}}} B(M1)$$

$$\sigma_{E2}^{\text{Born}} = \frac{64\pi^2}{225} e^2 m^2 \sqrt{\frac{E - E_{\text{is}}}{E}} B(E2),$$

Можно ожидать:

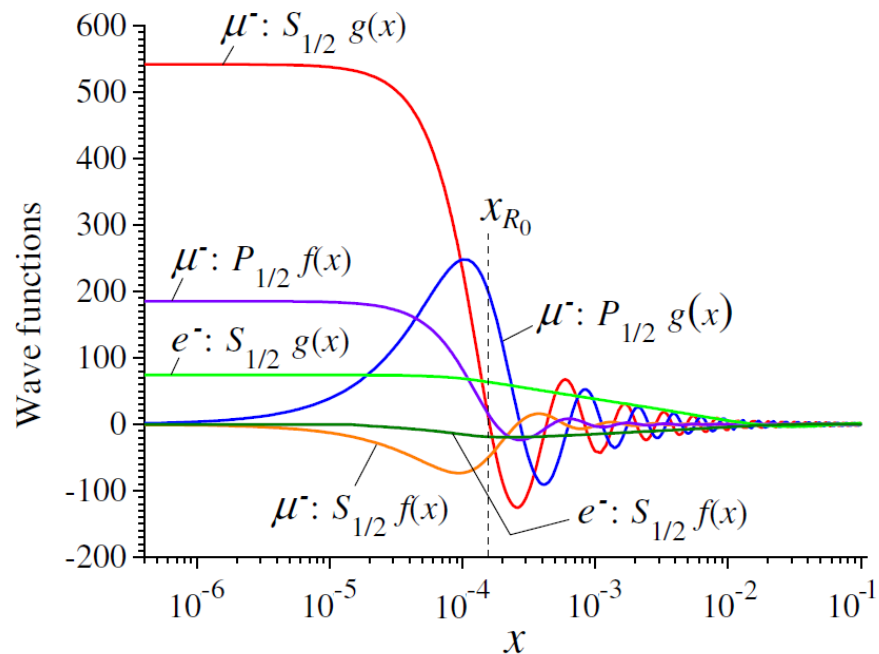
1) сечения  $M1$  для электронов и мюонов примерно одинаковы;

2) сечение  $E2$  для мюонов будет на 4-5 порядков больше, т.к.  $m_{\mu}/m_e \approx 206.77$ .

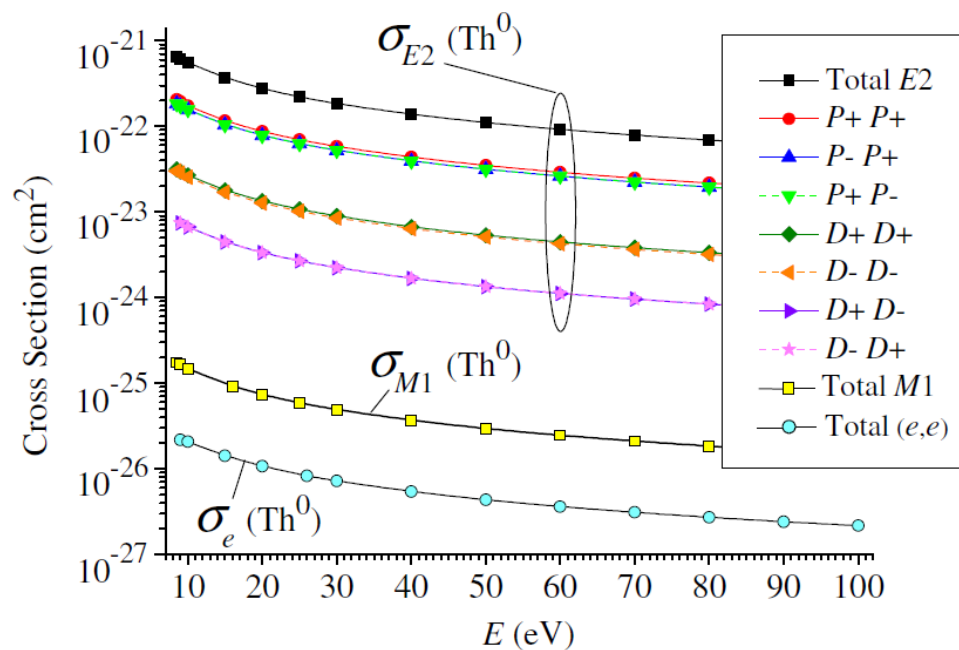
---

\* Отправлено в Phys. Rev. C

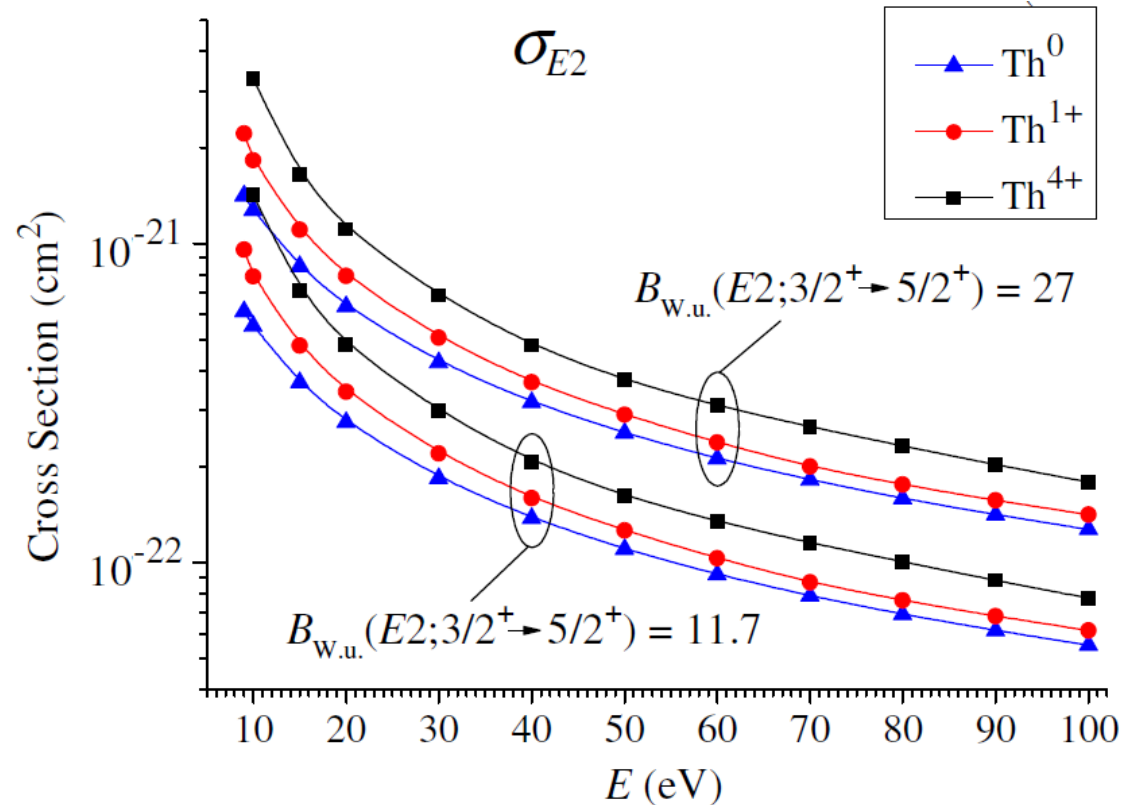
# Волновые функции мюона с $E=10$ эВ



# Парциальные сечения возбуждения $^{229m}\text{Th}$ мюонами



# Сечения кулоновского возбуждения $^{229\text{m}}\text{Th}$ мюонами



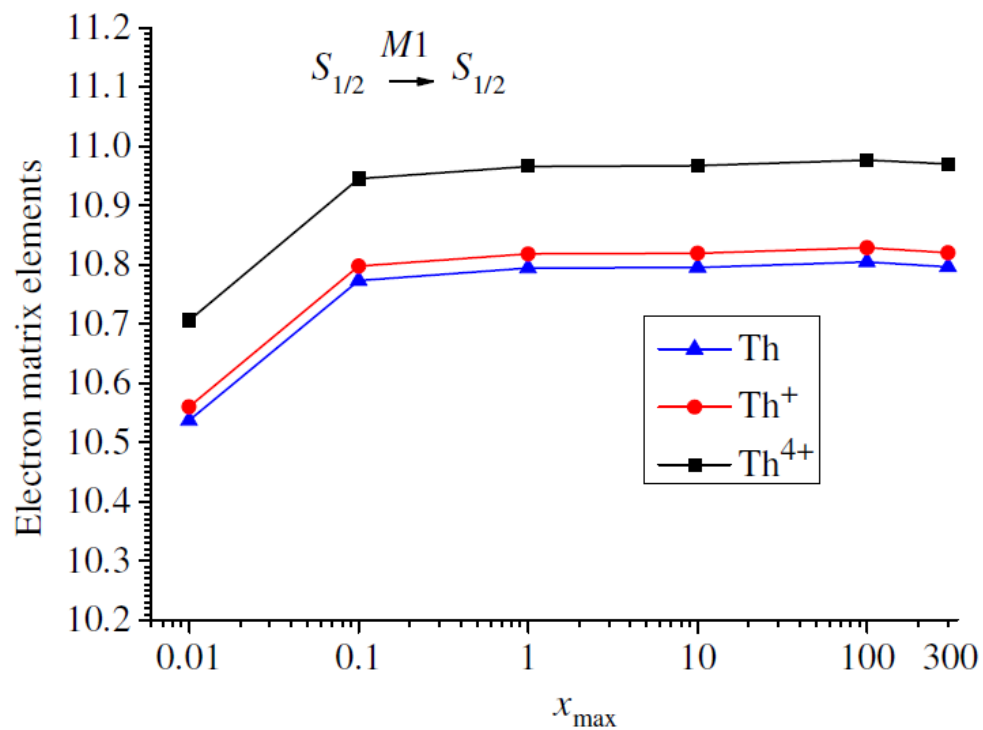
Наиболее интенсивный источник мюонов (мюонная фабрика)

$$j_{\mu} \approx 4 \times 10^8 \text{ s}^{-1} \text{ (i.e. } 0.064 \text{ nA)}$$

(S. Cook et al., Phys. Rev. Accel. Beams. **20**, 030101 (2017) )

Спасибо за внимание.

## Область набора электронных матричных элементов



Мюонные матричные элементы набираются на расстояниях

$$r \approx 5R_0 \approx 0.007a_B$$

# Парциальные сечения (электроны)

